THEORIE DES JEUX

Branche des **mathématiques** qui étudie le **comportement** optimal d'individus ou groupes d'individus en situation de **conflit**.

Elle a été élaborée par **I. Von Neumann** (1928), qui en a développé les applications à l'**économie** avec **O. Morgenstern** (**Théorie des jeux et comportement économique**, 1944).

La théorie des jeux peut être considérée comme faisant partie de la **théorie de la décision** qui analyse les situations dans lesquelles :

a) entre les stratégies possibles pour le décideur (joueur), certaines prévoient son entrée, sous

certaines conditions, dans une **coalition** apte, selon lui, à lui permettre d'atteindre ses objectifs ou à faciliter la défense de ses intérêts ;

b) dans l'**évaluation** des divers **évènements** qu'il juge possibles, le joueur doit tenir compte des

choix que pourront faire ses **adversaires**.

Dans la mesure où les adversaires réagissent de même consciemment et intelligemment, chacun d'eux tiendra probablement compte, au moment de son choix, de l'analyse que les autres feront, selon lui, de la situation.

Les cas effectivement étudiés de la théorie des jeux sont des modèles qui ont permis d'éclairer d'un jour nouveau bien des situations de conflit soit dans l'économie (**comportement oligopolistique**, **commerce international**, **relations entre syndicats** et **industries**, etc.), soit dans la stratégie **politico-militaire**.

Une première simplification résulte de l'introduction du concept de **« stratégie »**, c'est-à-dire d'une **règle** qui indique : **comment se comporter dans chaque situation où l'on peut se trouver au cours du jeu ?**

La tâche de chaque joueur se réduit alors, formellement, au choix d'une stratégie. Il arrivera en outre généralement que le résultat obtenu à la fin du jeu par chacun des joueurs dépende, non seulement de l'ensemble des stratégies choisies, mais encore de certains **facteurs aléatoires** extérieurs.

Une deuxième simplification s'obtient en remplaçant chaque résultat par sa **prévision** (**espérance mathématique**) relativement à l'ensemble des facteurs aléatoires extérieurs.

On se ramène ainsi, formellement, au cas plus simple où le résultat obtenu par chaque joueur est uniquement déterminé par l'ensemble des choix de stratégies qu'il a faits.

Mais alors la théorie ne prend pas en compte la possibilité, pourtant **réaliste**, que les **évaluations** des **probabilités** faites par les différents joueurs et concernant les facteurs aléatoires extérieurs ne coïncident pas.

Le cas le plus simple, mais en même temps fondamental, est celui du jeu entre deux personnes, dit à **somme nulle** (dans lequel ce que l'un des joueur gagne, l'autre le perd) et fini (c'est-à-dire dans lequel chacun des deux joueurs dispose d'un nombre fini de stratégies pour faire son choix).

La représentation des résultats que peuvent obtenir, dans le jeu, chacun des joueurs, , peut être faite, en termes de profit pour l'un des deux, au moyen de la **« matrice »** du jeu (**payoff matrix**) qui prend la forme indiquée sur la figure.

Les deux joueurs **A** et **B** ont deux stratégies possibles, (**1**) et (**2**), représentées pour B par les lignes et pour A par les colonnes de la matrice ; de telles stratégies sont appelées **« stratégies pures »**.

Les résultats du jeu sont exprimés en termes de profit pour le **joueur A** ; supposons que, si **B** utilise la stratégie (**1**), correspondant à la première ligne, et si **A** utilise la stratégie (**2**), correspondant à la seconde colonne, le résultat du jeu consiste, pour le joueur **A**, en une **perte égale à deux**.

Dans ce cas le **théorème du minimax** (ou théorème fondamental de Von Neumann) est valable, qui peut être illustré de la façon suivante : si **A** choisi la stratégie (**1**), il pourra gagner **12**, si B choisit la stratégie (**2**), mais perdra **5** si **B** choisit (**1**).

Un comportement prudent l'amènera à choisir la stratégie (**2**) car, dans ce cas, la plus grande perte possible est minimisée. Appliquant le même critère de prudence, **B** (dont les pertes sont égales aux gains de **A**) sera conduit de façon analogue à choisir la stratégie (**2**) à laquelle correspond **une perte nulle**.

Dans les cas semblables à celui que nous venons de concidédérer, on a l'habitude de dire que la meilleure combinaison de stratégie, de la part des deux joueurs, correspond au critère du minimax : le joueur **A** choisit la **colonne** (**stratégie**) dans laquelle figure le plus **grand des résultats minimaux** ; le joueur **B** choisit la **ligne** (**stratégie**) où figure le plus **petit des résultats maximaux** (en effet on se réfère aux gains de son opposant).

D'un point de vue mathématique, la combinaison des meilleures stratégies, quand elle est unique, correspond, dans la matrice des résultats, à ce qu'on appelle le **point de selle** (**saddle-point**). En se référant à lui, lorsqu'il existe, on met en évidence la stratégie optimale pour chacun des joueurs, et on énonce le **principe d'impossibilité** : ni l'un ni l'autre des joueurs ne peut obtenir plus que ce que peut lui assurer la stratégie minimax.

A partir du jeu à somme nulle entre deux personnes, la théorie est étendue :

1) **aux jeux à somme non nulle**, où les intérêts des antagonistes peuvent partiellement

coïncider (exemple : deux entreprises qui concourent pour que leur soit confié un certain travail. Le profit qui pourra être fait par l'entreprise ayant remporté la compétition est différent du profit perdu par la seconde, si les coûts de réalisation sont, comme il est naturel de s'y attendre, différents pour les deux entreprises ;

2) **jeux à somme nulle** entre un nombre de personnes supérieur à 2. Ces derniers se ramènent

au cas de deux personnes : mais si le jeu est **« essentiel »** (dans le sens que, s'il s'allie avec d'autres, un joueur peut modifier les résultats qu'il peut obtenir), le choix entre les diverses **cohabitations** dans lesquelles il peut entrer et entre les répartitions du résultat global obtenu par la **coalition**, conduit à considérer une série de problèmes de **communication**, **crédibilité**, **négociation**, **coopération**, **annulation de pactes**, etc.

La série et la nature des conclusions auxquelles conduisent les divers systèmes d'hypothèses que l'on peut faire au sujet de ces facteurs (par exemple : la **possibilité de communiquer simultanément**, **l'acceptation ou non du recours à un arbitre**, le **degré de cohésion** entre les membres d'une coalition, les **règles éthiques** généralement admises, etc.), bien qu'elles soient une occasion de réflexion pour l'étude de cas concrets nombreux et variés, ne permettent pas tant de découvrir des stratégies avantageuses pour un quelconque joueur que de mettre en lumière les limites du concept de **rationalité individuelle** qui est à la base de la plupart des théories sur le comportement économique et politique.